**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ФАКУЛЬТЕТ РАДИОФИЗИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ**

**ТЕХНОЛОГИЙ**

РЕФЕРАТ

«Вычислительные алгоритмы численных методов, реализованные в лабораторном практикуме»

Выполнил:

2 курс 6 группа КБ

Антанович Александр

Преподаватель: Мулярчик С. Г.

Минск 2023

# Содержание

[Содержание 2](#_Toc154166901)

[Решение СЛАУ методом Гаусса 3](#_Toc154166902)

[Решение СЛАУ методом LDLT-факторизации 4](#_Toc154166903)

[Решение СНАУ методом Ньютона 5](#_Toc154166904)

[Решение СОДУ явным методом Эйлера 6](#_Toc154166905)

[Явный метод Эйлера 6](#_Toc154166906)

[Неявный метод Эйлера 7](#_Toc154166907)

[Приближение функции МНК 8](#_Toc154166908)

[Вычисление определённых интегралов 9](#_Toc154166909)

[Формула трапеций 9](#_Toc154166910)

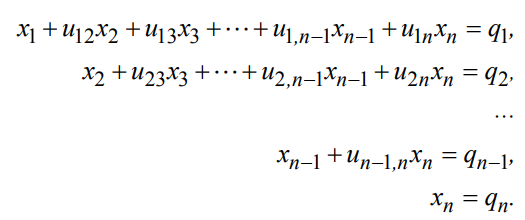
[Формула Симпсона 10](#_Toc154166911)

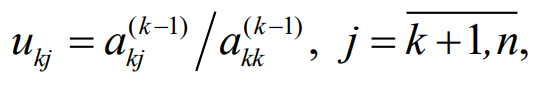
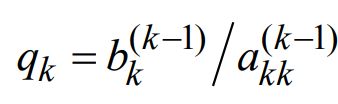
[Кубатурная формула Симпсона 10](#_Toc154166912)

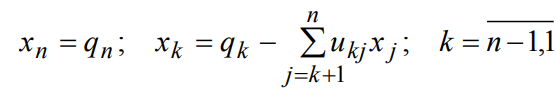
# Решение СЛАУ методом Гаусса

Задана **система линейных алгебраических уравнений**

или

На прямом ходе Гаусса последовательно исключаются переменные , в итоге получается система вида:

где

На обратном ходе Гаусса решают полученную систему:

последовательно определяя неизвестные .

# Решение СЛАУ методом LDLT-факторизации

Для СЛАУ с симметричной матрицей существует более эффективный метод – LDLT-факторизации.

Матрица представляется в виде:

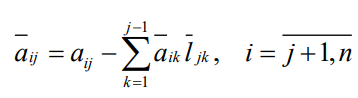
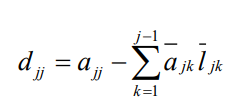
где

– нижняя треугольная матрица и единичной диагональю,

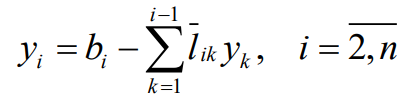
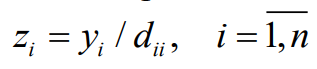
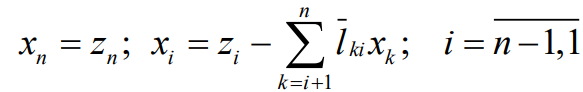
– диагональная матрица

И затем решается 3 СЛАУ:

Формирование матриц и :

**для от до :**

где – вспомогательная величина

Решение СЛАУ:

# Решение СНАУ методом Ньютона

**Метод Ньютона** используется для решения **систем нелинейных алгебраических уравнений** (**СНАУ**) вида:

Или в векторной форме:

**Метод основан на разложении функций в ряд Тейлора:**

Для функций одной переменной:

Для системы ФМП:

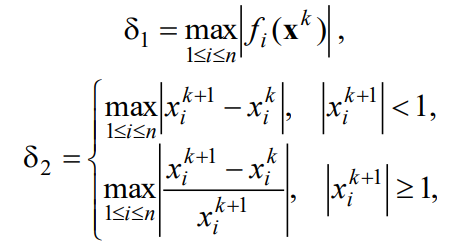
где

– матрица Якоби

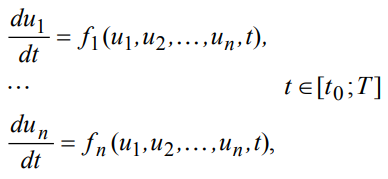
Из разложения получаем:

Тогда следуещее приблиение:

Критерием завершения итерационного процесса является условие:

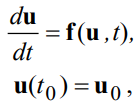
где

# Решение СОДУ явным методом Эйлера

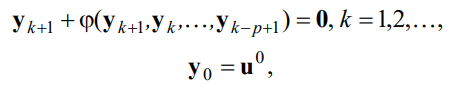
Задана **система обыкновенных дифференциальных уравнений** (СОДУ):

с начальными условиями

Такую математическую постановку задачи называют задачей Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

В векторном виде:

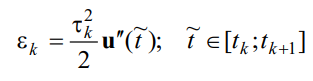
Решить задачу – значит определить траекторию **u**(), .

Для этого задачу заменяют разностной схемой:

где – приближенное значение .

## Явный метод Эйлера

Разностная схема явного метода Эйлера имеет вид:

Его локальная погрешность

пропорциональна , т.е. явный метод Эйлера имеет первый порядок точности.

Явный метод Эйлера устойчив, если

где – приращение переменной на -том шаге, – максимально возможное абсолютное значение данной переменной.

Зададимся локальной погрешностью:

Тогда условия соблюдения точности интегрирования, при которых выполняются условия устойчивости, будут иметь вид

а значит

Учитывая случай :

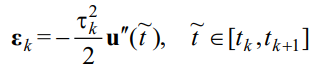
Из этого вытекает:

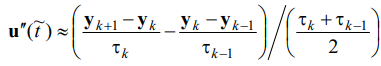
## Неявный метод Эйлера

Разностная схема неявного метода Эйлера

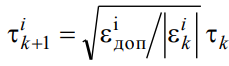
требует решения на каждом временном шаге алгебраической задачи

относительно искомого вектора .

Локальная погрешность неявного метода Эйлера по порядку величины является такой же, как и локальная погрешность явного метода Эйлера, и противоположна по знаку.

Для вычисления локальной погрешности необходимо оценить в точке :

Следовательно

Возможная стратегия выбора шага в неявном методе Эйлера сводится к следующему. Задается, как и в явном методе Эйлера, допустимая локальная погрешность, например, такая: После выполнения шага интегрирования вычисляются для всех переменных . Если хотя бы одно , то шаг уменьшается вдвое, и вычисления повторяются с шагом от точки . В случае , очередной шаг рассчитывается по формуле

# Приближение функции МНК

Некоторая функция задана таблично на неотором отрезке :

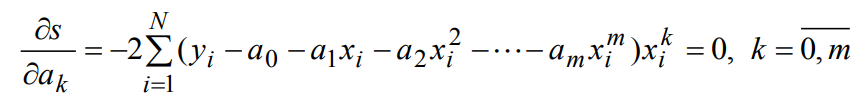
Необходимо найти апрокимирующую функцию:

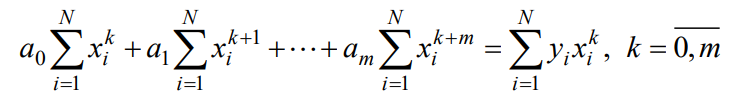
где .

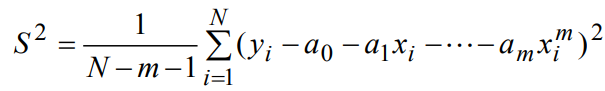
Мера близости аппроксимирующей функции:

где – весомая функция, учитывающая неодинаковую точность измерения .

Необходимо найти многочлен, обеспечивающий минимум выражению:

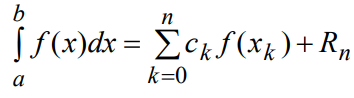
Для этого найдём частные производные по :

После преобразований получаем СЛАУ -го порядка относительно еоэффициентов :

Качество МНК-аппроксимации можно охарактеризовать остаточной дисперсией:

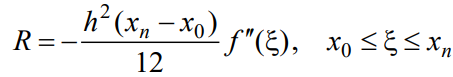
# Вычисление определённых интегралов

Методы численного интегрирования подразделяются на детерминированные и статистические. Детерминированные методы делятся на методы с равномерным и оптимальным распределением узлов интегрирования. Формулы численного интегрирования одномерных интегралов называются квадратурными, кратных – кубатурными.

Квадратурные формулы в общем виде записываются так:

## Формула трапеций

Интервал интегрирования покрывается равномерной сеткой с шагом . Подынтегральная функция на интервалах заменяется линейной интерполянтой Лагранжа.

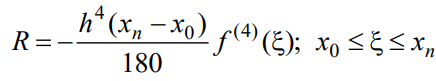
Погрешность формула трапеций:

На практике привлекают прием вычисления интеграла на сгущающихся сетках с шагом и , где , и формулу Рунге для оценки главной составляющей погрешности:

Критерием завершения процесса вычисления определенного интеграла с заданной точностью методом трапеций на сгущающихся сетках служит условие

## Формула Симпсона

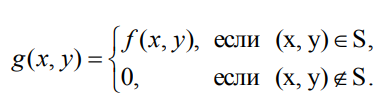
При ее построении также используется равномерная сетка . Подынтегральная функция на интервалах заменяется интерполяционным полиномом Лагранжа второго порядка.

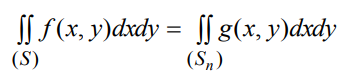
Погрешность формулы Симпсона:

Критерием завершения процесса вычисления определенного интеграла с заданной точностью методом Симпсона на сгущающихся сетках служит условие

## Кубатурная формула Симпсона

где , , обозначает .

Если – криволинейная область интегрирования, то для применения формулы Симпсона область заключают в прямоугольник и пользуются вспомогательной функцией

Тогда

и для вычисления последнего интеграла привлекают метод Симпсона.